

IV. период — современный, экспериментальный (с 1930 г. до наших дней) — кристаллохимические классификации

Этот период характеризуется бурным расцветом кристаллохимии и кристаллофизики и синтезом технически важных монокристаллов. В 1912 г. М. Лауэ была открыта дифракция рентгеновских лучей в кристаллах. На основе волновой природы этих лучей был разработан метод рентгеноструктурного анализа для установления внутреннего строения кристаллического вещества. Рентгеноструктурные исследования доказали взаимосвязь химического состава и кристаллического строения веществ. Была разработана кристаллохимическая классификация для класса силикатов, где минералы систематизировались как с учетом химического состава, так и особенностей их внутреннего строения.

В основе всех последующих классификаций в той или иной форме лежит периодическая система химических элементов Менделеева — деление минералов на классы производится по типам химических соединений; однако подразделения минералов внутри классов на подклассы и группы связано главным образом с кристаллической структурой минерала (Н. А. Смольянинов, 1947, А. Г. Бетехтин, 1956). За последние десятилетия советские ученые (Н. В. Белов и др.) достигли значительных успехов в области расшифровки кристаллических структур минералов. Н. В. Белов разработал учение о плотнейшей упаковке атомов или ионов, составляющих кристалл [28]. На основании этого учения были расшифрованы сложные кристаллические структуры минералов и установлены новые структурные типы. В ряде случаев группировка подразделений минералов кроме структурного признака осуществляется по принадлежности их к металлам и полуметаллам и по естественной ассоциации ведущих катионов в минералах.

Классификация первого периода (от древнейших времен до конца XVII в.) были основаны на практическом применении и внешних признаках минералов, они были примитивными. Несмотря на это, классификация Ибн Сины (начало XI в.) просуществовала с небольшими изменениями почти восемь столетий и положила основание тем минералогическим системам, которым столетия спустя следовали многие знаменитые минералоги — А. Г. Вернер, Т. Бергман, Ж. Б. Ромэ-Делиль, В. М. Севергин, Р. Ж. Гаюи и др.

Первые химические классификации второго периода (конец XVII — первая половина XIX в.) не имели видимых преимуществ перед старыми, основанными на хорошо известных диагностических свойствах, так как объединяли в группы весьма разнородные по физическим данным минералы. Это объясняется тем, что качественный и количественный химические анализы минералов были несовершенными и очень трудоемкими. Химические классификации учитывали также внешние признаки минералов и их кристаллографическую форму.

Классификации второй половины XIX и начала XX в. отразили представления о химической структуре минералов — взаимосвязи между химическим составом и кристаллическим строением веществ. Так постепенно благодаря развитию химии, усовершенствованию методик химического анализа минералов, более точному определению их химического состава и структуры, химический признак оказался господствующим классификационным признаком.

В современных кристаллохимических классификациях наряду с химическим характером соединений учитывается тип химической связи, представления о кристаллической решетке и типе упаковки. Теоретическим основанием для построения классификаций минералов и возможностей для концентрации в них изоморфных примесей является выявление количественных связей между физическими, химическими и генетическими характеристиками минералов и их кристаллическим строением.

Литература

1. Кокшаров Н. И. Предмет минералогии, краткая ее история, кристаллы, как настоящие индивидуумы неорганической природы. Записки минералог. о-ва, 2-я сер., ч. 10, СПб, 1876.
2. Леммлейн Г. Г. Минералогические сведения, сообщаемые в трактате Бируни. — В кн.: Собрание сведений для познания драгоценностей (Минералогия). М. — Л., 1963.

3. *Кайя, Плиния Секунда*. Естественная история ископаемых тел, переложенная на русский язык, в азбучном порядке и примечаниями, дополненная трудами Василья Севергина. СПб., 1819.
4. *Agricola G.* De natura fossilium. Basel, 1546.
5. *Шафрановский И. И.* История кристаллографии. Ч. 1. Л., 1978.
6. *Ломоносов М. В.* Первые основания металлургии или рудных дел. СПб., 1763.
7. *Ломоносов М. В.* Диссертация о действии химических растворителей вообще. 1741. Полн. собр. соч. Т. 1. М.—Л., 1950.
8. Минералогия или описание всякого рода руд и ископаемых из земли вещей, сочиненное Иог. Готт. Валлерием. СПб., 1863.
9. *Кронштедт А. Ф.* Опыт рудословной системы Кронштедта (С некоторыми прибавлениями г. Бринника). СПб., 1776.
10. *Бергман Т.* Отрывок из книги «Мелкие заметки химические и физические» — В кн.: *Гаюи Р. Ж.* Структура кристаллов. М.—Л., 1962.
11. *Romé de l'ille* crystallographie, ou description des formes propres à tous les corps du regne mineral. 2 edit., 1783.
12. *Ловецкий А. Л.* Краткая история минералогии.—Новый магазин естественной истории. СПб., 1830, ч. 1, № 1.
13. *Севергин В. М.* Краткое начертание минералогии, сочиненное в пользу губернских гимназий академиком, коллежским советником и кавалером Васильем Севергиным. СПб., 1824.
14. *Терзев А. М.* История минералогии, или краткое изображение основания, приращения и усовершенствования оной науки, особливо в последнее двадцатилетие. СПб., 1819.
15. *Севергин В. М.* Подробный словарь минералогический, содержащий в себе подробное изъяснение всех в минералогии употребительных слоев и названий, а также все в науке сей учиненные главнейшие открытия. СПб., 1807.
16. *Севергин В. М.* Всеобщие рассуждения о минералогии, читанные во время открытия прохождения минералогии при Академии наук, летом 1792 г.—Нов. ежемес. соч. СПб., авг., ч. 74, сент., ч. 75.
17. *Севергин В. М.* Первые основания минералогии или естественной истории ископаемых тел в двух книгах. СПб., 1798.
18. *Traité de Mineralogie par haüy, en cinq volumes, avec figur.* P., 1801.
19. *Traité élémentaire de Mineralogie, avec des applications aux arts, par Alex. Brongniart, P., 1807.*
20. *Berzelius J. J.* Jahres — Bericht, 1822, Jg. 1.
21. *Nouveaux système de Mineralogie par Berzelius.* P., 1819.
22. *Науман К. Ф.* Основания минералогии. СПб., 1860.
23. *Чермак Г.* Учебник минералогии. СПб., 1884.
24. *Вернадский В. И.* История минералов земной коры. Т. 1. Вып. 2. Л., 1927.
25. *Вернадский В. И.* Избранные сочинения. Т. 2. М., 1955.
26. *Грот П.* Введение в химическую кристаллографию. Одесса, 1912.
27. *Niggli P.* Lehrbuch der Mineralogie, B., 1924.
28. *Белов Н. В.* Очерки по структурной минералогии. М.: Недра, 1976.

ИНЕРЦИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ И АКСИОМАТИКА ФИЗИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ¹

Н. П. КОНОПЛЕВА

1. Существует два основных способа построения физических теорий: индуктивный (обобщающий отдельные экспериментальные факты) и дедуктивный (аксиоматический). Ньютон впервые показал, что механика допускает чисто аксиоматическую формулировку [1]. Аксиомы классической механики явились результатом осмысления большого количества экспериментальных фактов, хотя следы их происхождения в окончательной формулировке теории отсутствуют (если не считать терминологии). Следующий важный шаг по пути аксиоматизации механики был сделан Махом, который попытался построить такую аксиоматику механики, в которой сохранилась бы привязка теоретических понятий к условиям эксперимента [2]. Как известно, эта попытка оказалась безуспешной. Причина здесь, по-видимому, в том, что невозможно сформулировать ка-

¹ Эта статья представляет собой доклад, сделанный автором на конференции, посвященной 150-летию со дня смерти Ньютона. Конференция проведена ИИЕиТ АН СССР в декабре 1977 г.

кую-либо теорию, опираясь только на понятия, заимствованные из эксперимента. Для построения фундаментальной физической теории необходимо использовать аксиоматически введенные общие принципы и определения и дополнять их условиями реализации в эксперименте. С этой точки зрения весьма существенным является вопрос, поставленный Махом: каковы те реальные физические системы отсчета, движение которых описывается свободными уравнениями (т. е. инерциальные) [2, 3]. В Механике Мах писал: «Я до настоящего времени остался *единственным*, который относит закон инерции к *земле*, а для движений большого пространственного и временного протяжения к *небу неподвижных звезд*» [2, с. 236]. «...Предпочтительно держаться неба неподвижных звезд, а там, где оно служить не может, просто сознать, что такого ориентирующего средства нет еще, и его приходится лишь искать». «Если мы говорим, что тело сохраняет свое направление и скорость в *пространстве*, то в этом заключается только краткое указание на то, что принимается во внимание *весь мир*» [2, с. 194].

Вопрос о реализации инерциальной системы отсчета следует решать каждый раз, когда речь заходит о физическом смысле какой-либо теории или о ее экспериментальной проверке, поскольку инерциальные движения — это те эталоны, сравнение с которыми позволяет судить о наличии и характере взаимодействий.

Новый, революционный этап в представлениях об инерциальном движении открыла общая теория относительности Эйнштейна. Это физическая теория нового типа, в которой постулируется, что все движения тел свободны, т. е. происходят без воздействия силы со стороны гравитационного поля. Такие инерциальные движения уже не могут быть прямолинейными и требуют для своего математического описания перехода к новым представлениям о геометрии пространства-времени, а именно к римановой геометрии. Гильберт пришел к уравнениям ОТО, строя единую теорию поля (гравитационного и электромагнитного) чисто аксиоматически [4]. Но тот небольшой экспериментальный материал (2—3 эффекта), который использовал при построении своего варианта теории Эйнштейн, не может служить основанием для утверждений о том, что он пришел к ОТО как-то иначе (от эксперимента). Главную роль в создании ОТО сыграл не анализ скудного и неточного экспериментального материала, а размышления Эйнштейна над аксиоматикой механики Ньютона и Маха [5, с. 52].

Первый закон Ньютона формулируется следующим образом: тело движется равномерно и прямолинейно до тех пор, пока на него не подействует сила. Равномерное и прямолинейное движение (частным случаем которого является покой) называется в механике инерциальным движением. Таким образом, в теории Ньютона инерциальное движение, во-первых, бессиловое (свободное) и, во-вторых, равномерное и прямолинейное. Совокупность траекторий инерциальных движений представляет собой класс эталонных траекторий, отклонением от которых измеряется интенсивность взаимодействия (сила). Однако Ньютон понимал, что в действительности, возможно, не существует равномерных и прямолинейных движений, способных служить эталонами при описании других движений, и считал свои постулаты результатом вынужденного абстрагирования от реальных движений [1]. Мах утверждал, что с помощью эксперимента измеряются только относительные величины и поэтому равномерность и прямолинейность движений — это вопрос выбора эталонов [2]. Эйнштейн отказался от разделения движений на бессиловые (эталонные) и происходящие под действием сил (в ОТО — гравитационных). Это привело к пересмотру роли систем отсчета в физической теории и переопределению ряда физических понятий — массы, энергии, взаимодействия и др. Чтобы говорить об эффектах ОТО в терминах классической механики, необходимо ввести «принцип соответствия» понятий, используемых в обеих теориях. В отдельных случаях роль такого «принципа соответствия» играет принцип эквивалентности [6—10].

Теория Эйнштейна с ее новой аксиомой об инерциальном движении играет в истории физики такую же роль, как геометрия Лобачевского с ее новой аксиомой о параллельных в истории математики. Действительно, геометрия, как и физика, вначале была экспериментальной наукой. Аксиомы Евклида, как и аксиоматика механики Ньютона, явились результатом обобщения и классификации большого экспериментального материала. Структура аксиом евклидовой геометрии отражала свойства тех инструментов, с помощью которых на практике осуществлялись геометрические построения (циркуль и линейка без делений). Взаимосвязь с повседневной практической деятельностью

людей, наличие большого количества легко узнаваемых и изготавливаемых моделей геометрических фигур в течение тысячелетий создавали впечатление, что евклидова геометрия является не только истинной, но и единственно возможной геометрией мира. Однако самый факт существования аксиоматической формы геометрии как абстрактно-математической дисциплины должен был рано или поздно привести к попыткам построить другие, уже неевклидовы геометрии, исходя из нового набора аксиом. Это и было осуществлено Лобачевским в 1829—1830 гг. [11].

При жизни Лобачевского существовали два человека, не только разделявшие его идеи, но и пришедшие к ним независимо от него. Это были, как известно, Больян и Гаусс. Но Гаусс, к сожалению, не решился опубликовать результаты своих 40-летних размышлений над основаниями геометрии, так как опасался «крика беотийцев», который поднимется если он выскажет свои воззрения целиком [12]. Биография Лобачевского показывает, что реакция современников на новые геометрические идеи, действительно, была порой беспощадной. Как ни странно, источником наиболее острых нареканий было утверждение Лобачевского о том, что «воображаемая» геометрия может соответствовать природе. Сейчас мы знаем, что Лобачевский был прав, но нужно заметить, что для аксиоматически построенных теорий, будь то геометрия или физика, процесс отыскания реализаций математических образов в виде физических моделей может оказаться длительным, сложным и болезненным. Чтобы общая теория относительности из «воображаемой» теории тяготения превратилась в «употребляемую» (по терминологии Лобачевского), понадобилось около 50 лет, так как только в последнее десятилетие техника космического эксперимента вышла на такой уровень точности, который позволяет применять ее в практических целях [10].

Требование экспериментальной проверяемости теории (или существования физических моделей) накладывает жесткие ограничения на ее аксиоматическую структуру и может служить критерием отбора общих принципов при построении теории. Именно такой подход позволил обобщить геометрические идеи Эйнштейна и построить единую геометрическую теорию сильных, электромагнитных, слабых и гравитационных взаимодействий как калибровочную теорию поля, использующую единый математический аппарат для описания произвольных видов взаимодействий [13]. Эта теория была построена чисто аксиоматическим путем в 60-е годы, а в 70-е годы благодаря новым экспериментальным открытиям в области физики элементарных частиц и физики фазовых переходов получила общее признание.

В данной статье прослеживается эволюция важнейшей аксиомы механики об инерциальном движении и показана ее связь со структурой физических теорий [14].

2. Постулат об инерциальном движении определяет геометрию пространства-времени. Действительно, классы тождественных между собой объектов всегда определяются некоторой группой симметрии (поскольку понятие равенства обладает структурой группы). Инерциальные траектории связаны между собой преобразованиями группы симметрии теории, задающей принцип относительности. В теории Ньютона инерциальные траектории являются прямыми линиями и получаются друг из друга преобразованиями группы Галилея². Группа Галилея является, таким образом, группой движений пространства-времени. Однородное пространство с группой Галилея в качестве группы движения представляет собой абсолютное пространство-время Ньютона. Таким образом, постулат Ньютона об инерциальном движении приводит к плоской, не связанной с динамикой (т. е. жесткой) геометрии G_0 пространства-времени V_4 .

В теории Эйнштейна инерциальное движение представляет собой движение по геодезической в римановом пространстве-времени. Геодезическое движение, как и свободное движение в механике Ньютона, происходит без воздействия сил. Но оно уже не прямолинейно и не равномерно. Уравнения геодезических инвариантны относительно произвольных непрерывных преобразований координат. Эта группа преобразований (а точнее, псевдогруппа)³ не является группой движений пространства-времени, но лишь группой диффеоморфизмов. Инварианты этой группы — топологические инварианты.

² Группа Галилея — Ньютона по терминологии Клейна.

³ Области определения различных преобразований псевдогруппы пересекаются, но не обязаны совпадать, как было бы в случае группы.

3. Классы инерциальных движений, определенных по Ньютону и по Эйнштейну, не совпадают между собой. Если в классической механике постулируется, что тело движется свободно в том случае, когда сумма сил, действующих на его центр масс, равна нулю, то в ОТО свободным называется такое движение, при котором с точки зрения механики Ньютона на тело действуют только лишь гравитационные силы. Свойство инерциальности, как отмечал Эйнштейн [5], не содержится в движущихся телах и не может быть извлечено из них простым наблюдением. Например, неподвижная лабораторная система отсчета на поверхности Земли (в пренебрежении вращением Земли) инерциальна с точки зрения Ньютона и неинерциальна с точки зрения Эйнштейна. Свободно падающий камень движется инерциально с точки зрения Эйнштейна и неинерциально с точки зрения Ньютона. Таким образом, выбор класса инерциальных движений не является результатом каких-либо опытов, но представляет собой всегда один из постулатов физической теории. Этот постулат отражает выбор типа измеряющих приборов, которые должны показывать нуль отсчета, находясь в инерциальном движении.

В квантовой механике и квантовой теории поля имеется аналог состояния инерциального движения — основное состояние, или вакуум. Со времени античности считалось, что вакуум — это пустота, т. е. состояние, в котором нет ничего, и поэтому ему никаких свойств приписать нельзя. Вакуум был абсолютной пустотой в той же степени, в какой было абсолютным абсолютное пространство Ньютона. В настоящее время весьма плодотворным оказалось другое определение вакуума, которое можно было бы назвать относительной пустотой, т. е. отсутствием лишь определенного типа частиц или возбуждений. Такой вакуум возникает в теориях со спонтанным нарушением симметрии. Переход от абсолютного вакуума к относительному подобен переходу от абсолютного инерциального движения Ньютона к относительному инерциальному движению Эйнштейна, при котором элиминируются из теории только гравитационные силы.

Подобным образом можно элиминировать любой вид сил, изменив постулат об инерциальном движении. При экспериментальной проверке теории это приводит к требованию использовать в качестве «источника» эталонов только те приборы, которые, будучи чувствительны к элиминированному виду взаимодействий, фиксируют некоторый постоянный уровень его (пример: акселерометр «Discos» используемый в спутниках без сноса [10]). Приборы этого типа можно сравнить с поплавками, следующими без сопротивления и без затраты энергии со своей стороны за потоком воды. Они, по определению, не могут измерять энергию этого потока, так как движутся вместе с ним. Но они могут играть роль меток, наблюдение за движением которых позволяет определить характеристики поля и его источника. Чтобы измерить энергию элиминированного вида взаимодействий, нужно совершить работу с помощью этого взаимодействия, что возможно только в неинерциальной системе отсчета. Например, энергия гравитационного поля, переносимая водой, свободно падающей с плотины, обнаруживается при вращении турбины, покоящейся на поверхности Земли. Если бы турбина свободно падала, как и вода, наличие энергии гравитационного поля ни в чем бы не проявилось, хотя это не значит, что такой энергии не было бы. Чтобы реально осуществить такую систему отсчета, в которой можно обнаружить и измерить энергию некоторого вида взаимодействий, необходимо, чтобы в этой системе отсчета изучаемое взаимодействие выглядело как сила, т. е. система отсчета должна быть неинерциальной с точки зрения геометрической теории данного взаимодействия. Следовательно, должно существовать другое взаимодействие, дающее возможность построить другой класс инерциальных траекторий.

Очевидно, что понятие энергии, как физически измеримой характеристики взаимодействия, имеет смысл только при наличии по крайней мере двух нетождественных классов инерциальных траекторий.

В механике Маха инерциальное движение считается вынужденным, а не свободным, и происходит под действием реальных инерциальных сил. В этом смысле Мах возвращается к Аристотелю, который полагал, что любое движение является вынужденным. Мах надеялся объяснить таким образом происхождение массы и сделать все движения равноправными, а главное — явно учесть зависимость закона движения от выбора типа систем отсчета. Для описания движения Мах использовал уравнения Ньюто-

на, видоизменив их физическую интерпретацию. Это привело к необходимости ввести представление о действующих инерциальных силах, противоречащее гипотезе близкого действия.

Нетрудно заметить, что Мах и Эйнштейн по-разному подошли к проблеме инерциального движения. Эйнштейн в сущности сохранил ньютоновское определение этого типа движений, сделав его лишь локальным, справедливым в малой окрестности точки пространства-времени. Тем самым он открыл дорогу релятивистским обобщениям. Мах же предложил отказаться от бессильных движений и ввести дополнительные действующие силы. Этот подход развития не получил, хотя попытки использовать другие идеи Маха предпринимаются довольно часто. Интересно отметить, что сам Эйнштейн вначале думал, что в своей теории осуществил идеи Маха и долго пытался совместить принцип Маха с ОТО. Однако сделать это ему не удалось и он отказался от принципа Маха.

4. Соответствие понятий классической механики (или любой теории в пространстве-времени с жестко заданной геометрией) и общей теории относительности (или любой геометрической теории взаимодействий) устанавливается с помощью принципа эквивалентности. Принцип эквивалентности может иметь разную форму, но назначение его в том, чтобы установить, какому типу движения в плоском (или однородном) пространстве-времени эквивалентно, по определению, инерциальное движение в искривленном (или неголономном) пространстве-времени. Используя символику Пуанкаре [15], можно сказать, что принцип эквивалентности показывает, каким образом разбивается на $G_0 + F$ одна и та же сумма G , отвечающая экспериментальным данным. Здесь G означает некую динамическую геометрию, G_0 — жесткую (т. е. не связанную с динамикой сил F) геометрию пространственно-временного «фона», на котором разыгрывается взаимодействие, F — силы, характеризующие взаимодействие. Поскольку пространственно-временные представления, как заметил Кант⁴, не могут быть изъяты из теоретического описания эксперимента, существует только две формы описания: чисто геометрическая, условно обозначаемая G , и дуалистическая (традиционная), условно обозначаемая $G_0 + F$. Если двумя способами описывается одно и то же явление или экспериментальный факт, то обе формы теории должны удовлетворять символическому равенству: $G = G_0 + F$. В квантовой механике предполагается, что теоретическое описание имеет структуру $G_0 + F$ поскольку кванты какого-либо поля — это возбуждения над неким фоном G_0 (или основным состоянием). В этом смысле квантование представляет собой усовершенствование традиционного взгляда на природу. Эйнштейн же стремился построить чисто геометрическую теорию нового типа, не встречавшегося в науке до него. Физический смысл понятий ОТО несколько отличается от физического смысла тех же понятий в классической механике, и поэтому для сравнения результатов, полученных в ОТО, с результатами классической или релятивистской механики нужно не только выполнить необходимые предельные переходы в математических выражениях, но и учесть изменение физического смысла понятий. Это связано с изменением процедуры измерений и способа извлечения информации из них при переходе к геометрической теории.

Физический смысл принципа эквивалентности раскрывает принцип наименьшего действия. Принцип наименьшего действия говорит о том, что каждая геодезическая является такой траекторией, на которой осуществляется локальный минимум действия. В системе отсчета, сопутствующей веществу, импульсы (скорости) материальных точек равны нулю. Поэтому минимум действия соответствует максимуму потенциальной энергии. Геодезическое движение выглядит так, как будто происходит оно под действием двух равных и противоположно направленных сил, стремящихся удалить тело с геодезической траектории. Следуя Маху, эти силы можно отождествить с двумя типами сил тяготения: притяжением к источнику и притяжением к бесконечно удаленным звездам (инерциальные силы). Но в отличие от такого представления допустимо и другое, рассматривающее геодезическое движение как реализующее максимум действия. В этом случае в локально сопутствующей веществу системе отсчета мы будем иметь минимум потенциальной энергии. Движение будет проявлять устойчивость по отношению к воз-

⁴ «...Пространство и время... суть таким образом чистые созерцания, лежащие а priori в основании эмпирических, и поэтому сами они не могут никогда быть исключены...» (Кант И. Пролегомены. М. — Л.: ОГИЗ, 1934, с. 148).

мущениям и будет выглядеть так, как будто происходит под действием двух равных и противоположно направленных сил, возвращающих тело на геодезическую. В действительности, как известно, тело, движущееся по геодезической, оказывает сопротивление изменению своей траектории, что подтверждает законность второго подхода.

ОТО, как и любая геометрическая теория взаимодействий, не дает возможности теоретически определить массу (или эквивалентную ей величину) тела, движущегося по геодезической, так как предполагается, что такое тело является пробным, т. е. не оказывающим обратного действия на источник. Но массу пробного тела можно определить по реакции тела на возмущение геодезической (инерциальной) траектории.

5. Во многих учебниках второй половины XIX — начала XX в. принцип наименьшего действия Лагранжа излагался в геометрической форме, которую ему придал в 1842—1843 гг. Якоби [16]. Эта форма отражала собой тот факт, что траектория консервативной, склерономной⁵, голономной системы является геодезической линией в n -мерном многообразии конфигураций с линейным элементом действия

$$ds^2 = \sum_{m,k=1}^n a_{mk} dq_m dq_k,$$

где a_{mk} — конечные и непрерывные вместе со своими первыми и вторыми производными функции обобщенных координат q , такие, что квадратичная форма в правой части равенства положительна. Функции a_{mk} задают метрику в конфигурационном пространстве. Динамическая траектория свободного движения между конечными конфигурациями при заданном значении энергии будет некоторой кривой метрического многооб-

разия, для которого криволинейный интеграл $A = \int \sqrt{2(U+E)} ds$ имеет стационарное или минимальное значение (здесь U — силовая функция, E — полная энергия). Обратная теорема также имеет место. Условие сохранения энергии выступает здесь как дополнительное условие, превращающее задачу о движении материальных точек в изопериметрическую задачу, т. е. задачу о движении системы со связями. Якоби отмечал, что «благодаря связям системы материальные точки не могут следовать сообщенным им импульсом. Чтобы получить истинное движение, надо присоединить такие силы, комплекс которых уничтожался бы связями системы и после присоединения которых систему можно было бы рассматривать так, будто точки следуют приложенным к ним силам без сопротивления; другими словами, после присоединения сил, уничтожающихся связями системы, можно рассматривать систему как свободную. Это можно установить как принцип, и из него сами собою получаются уравнения» [17, с. 481].

Принцип эквивалентности, который постулировал Эйнштейн при построении ОТО, и его определение свободного движения весьма похожи на представления Якоби. Действительно, свободное движение в ОТО происходит по геодезической в метризованном (римановом) пространстве (хотя это уже не конфигурационное, а физическое пространство-время). Это движение можно представить как свободное в смысле Якоби, если ввести в качестве сил, уничтожающихся связями (т. е. тяготением), силы инерции. Тогда в каждой точке траектории геодезическое движение будет представляться как движение, происходящее под действием двух равных и противоположно направленных сил: гравитационной силы и силы инерции. Отсюда следует, что масса тяготеющая равна массе инертной, если учесть определение массы как $m = F/a$, где F — действующая на тело сила, a — ускорение, сообщаемое телу этой силой. Принцип эквивалентности возвращает нас к идеям Маха, признавая реальными силы инерции, если реальны силы тяготения. Но он допускает и другое толкование. Если тело, двигаясь по геодезической, не «чувствует» сил тяготения, т. е. они для него не реальны, то в той же мере для него не реальны и силы инерции. Для движущейся точки это выполняется строго, так как в одной точке всегда можно устранить гравитацию, выбрав локально-инерциальную систему отсчета. Для протяженных тел и систем материальных точек устранить гравитацию нельзя, так как появляются градиенты поля тяготения (приливные силы). Но и принцип эквивалентности в этом случае не выполняется. Та-

⁵ Система называется склерономной, если на нее наложены только стационарные связи. В противном случае система называется реономной.

ким образом, хотя идеи Маха сыграли при создании ОТО роль «повивальной бабки», в окончательной форме теории они, фактически отсутствуют. Инерциальные силы появляются в ОТО лишь тогда, когда мы хотим перевести геометрический язык ОТО на язык абсолютного пространства Ньютона и разлагаем свободное геодезическое движение на два вынужденных, происходящих под действием равных и противоположно направленных сил.

В геометрической теории поля силы отсутствуют как понятие, а искривление траекторий описывается коэффициентами связности риманова пространства-времени. Однако это не значит, что гравитационное поле становится нефизическим. Напротив, геометрия пространства-времени становится наблюдаемой с помощью экспериментов с пробными телами подобно тому, как опыты с железными опилками позволяют сделать видимой структуру силовых линий магнитного поля.

6. Понятие инерциального движения, постулаты о геометрии пространства-времени и принципы относительности тесно связаны как между собой, так и со свойствами приборов, используемых в эксперименте. Поэтому во избежание недоразумений каждая теория должна проверяться с помощью тех приборов, которые обладают свойствами, вытекающими из аксиом теории. Все возможные эксперименты по отношению к каждой теории разбиваются на три типа: 1) эксперименты по проверке аксиом теории, или, более точно, по определению условий реализации аксиом теории; 2) эксперименты по проверке предсказаний теории; 3) эксперименты по проверке эффектов, предсказываемых конкурирующими теориями и отсутствующих в изучаемой теории. При этом эксперименты третьего типа должны проводиться с такими конкурирующими теориями, которые в пределах ошибок эксперимента в эффектах п. 2 дают результаты, совпадающие с предсказаниями изучаемой теории.

Геометрические утверждения приобретают характер утверждений относительно реальных тел только после того, как мы укажем, какие физические тела или процессы реализуют основные геометрические понятия. Такая реализация всегда приближительна, так как связана с идеализацией. От этого сопоставления зависит ответ на вопрос, какова геометрия окружающего мира.

Для экспериментальной проверки геометрических теорий взаимодействий необходимо установить, какие реальные тела могут играть роль пробных тел, т. е. с наперед заданной степенью точности двигаться вдоль геодезических линий.

Для наблюдений за движением пробных тел нужно иметь способ регистрации, использующий какое-либо другое взаимодействие, не меняющее геодезических, соответствующих изучаемому взаимодействию. Геометризуемые взаимодействия соответствуют обычно объемным силам. Если отклонения от геодезического движения вызываются поверхностными силами (столкновениями и т. п.), степень геодезичности движения зависит от формы тела. Чем меньше отношение поверхности тела к его объему, тем меньшее влияние будут оказывать поверхностные силы по сравнению с объемными. Поэтому в ОТО наилучшими пробными телами являются шары. Можно показать [10], что степень геодезичности одинакова для всех шаров, удовлетворяющих условию $\rho R = \text{const}$, где ρ — плотность вещества шара, R — его радиус. Константа определяется нужной нам точностью эксперимента. Условие $\rho R = \text{const}$ определяет степень универсальности ОТО для реальных тел, подвергающихся помимо гравитационных и негравитационным воздействиям.

Если подставить плотность известных веществ в условие $\rho R = \text{const}$, то окажется, что наилучшими пробными телами для проверки ОТО являются массивные тела типа планет, далеко отстоящие друг от друга, или искусственные спутники, свободные от сноса. Таким образом, естественная область применимости ОТО — движение космических тел. Заметим, что нам удалось определить область применимости ОТО, анализируя условия реализации аксиом этой теории (понятие пробного тела) в эксперименте.

Подобный анализ можно провести в любой геометрической теории взаимодействий. В электродинамике, как известно, траектории универсальны (одинаковы) для всех частиц, удовлетворяющих условию $e/m = \text{const}$, где e — заряд, m — масса частицы. Если сравнить это условие с условием $\rho R = \text{const}$, то окажется, что плотность вещества ρ играет роль заряда, а величина $1/R$ — роль массы частицы.

Итак, необходимое для проверки геометрических теорий понятие пробного тела как тела, подвергающегося воздействию внешнего поля, но не оказывающего на него

обратного действия, не является нефизическим, но лишь приближенным. Однако всегда можно добиться выполнения этого приближения с наперед заданной точностью, что для проверки физических теорий считается достаточным. Теория Эйнштейна в космических экспериментах проверена и подтверждена с точностью 1%.

Рассмотрим основные типы экспериментов, в которых проверяется аксиоматика ОТО.

Эксперименты по измерению красно-голубого смещения спектральных линий позволяют установить, что универсальные траектории пробных тел совпадают с геодезическими линиями метрики локальной лоренцевой системы отсчета и тем самым позволяют экспериментально определить класс инерциальных по Эйнштейну движений. В ОТО слабый принцип эквивалентности, т. е. существование универсального набора траекторий для всех лабораторных тел независимо от их химического состава и массы, устанавливается в настоящее время с точностью 10^{-11} — 10^{-12} . Эти эксперименты демонстрируют физическую обоснованность гипотезы о существовании геодезических линий.

Красное смещение спектральных линий в гравитационном поле может служить мерой различия инерциальных систем отсчета, определенных по Ньютону и по Эйнштейну. Измеряя смещение спектральных линий, мы переводим описание свойств гравитационного поля с языка сил (теория Ньютона) на бессиловой геометрический язык Эйнштейна. Величина красного или голубого смещения равна: $\Delta\nu/\nu = gh/c^2$, где ν — частота фотонов, g — ускорение свободного падения пробных тел в гравитационном поле, c — скорость света, h — разность высот. Точность измерения гравитационного красного смещения в поле Земли составляет $\sim 1\%$, в поле Солнца $\sim 5\%$ [10].

Эффект смещения спектральных линий в гравитационном поле занимает особое место среди других гравитационных эффектов. Поскольку он не связан непосредственно с уравнениями поля тяготения (т. е. с эффектами типа п. 2), но лишь с выбором класса инерциальных движений и принципом относительности (т. е. эффектами типа п. 1), то при нарушении общей ковариантности или принципа эквивалентности «правильное» красное смещение может уживаться с неэйнштейновскими эффектами. Это соответствует необычному выбору эталонов или систем отсчета.

7. Процедура измерения, как правило, состоит в сравнении изучаемого объекта и эталона. Предполагается, что существуют классы тождественных между собой объектов, классы тождественных систем отсчета и классы тождественных ситуаций. Эти условия обеспечивают воспроизводимость результатов и, следовательно, их экспериментальную проверяемость и научную значимость.

Как показал Вейль [18], отношение равенства обладает структурой группы. Поэтому независимо от способа, с помощью которого на практике устанавливается, какие именно объекты или системы отсчета тождественны между собой, можно сказать, что всякая процедура сравнения (или измерения) подразумевает с необходимостью существование некой группы симметрии. Эта группа определяет принципы относительности теории. Инварианты этой группы становятся теми характеристиками, которые мы используем при описании свойств изучаемых объектов. В отсутствие симметрии у нас нет языка, на котором мы могли бы говорить об измерениях. Энергия, импульс, момент, масса, длина, спин — инварианты групп симметрии плоского пространства-времени. Риманово пространство в общем случае никакой симметрией не обладает. Что значит измерять в таком пространстве и в каких терминах нужно формулировать результаты экспериментов?

В теории Ньютона пространство-время однородно и представляет собой образ одной системы отсчета, занимающей всю вселенную и обладающей свойствами твердого тела. Такая система отсчета могла бы реально существовать только при наличии далекодействующих сил. В ОТО и других геометрических теориях взаимодействий пространство-время не задается целиком, а строится от точки к точке из локальных однородных пространств с помощью коэффициентов связности. Тем самым идея близкодействия распространяется на способ реализации в эксперименте системы отсчета. Избавившись от глобальной системы координат подобным образом, мы получаем, как правило, нелинейную теорию. Итак, далекодействие, или глобальная симметрия, описывает жесткие (абсолютные) системы отсчета. Близкодействие, или локальная симметрия, описывает системы отсчета, состоящие из относительно подвижных элементов. Поэто-

му глобальные симметрии удобно использовать в теориях движения твердых тел или сильно раздраженных систем, содержащих единичные частицы в вакууме. Локальные же симметрии позволяют построить математический аппарат, адекватно описывающий процессы, происходящие в сплошных средах. Особенно важным является применение локальных симметрий в теориях сплошных сред, состоящих из ориентируемых элементов или элементов, обладающих структурой. В таких средах свойства зависят от вида и степени упорядоченности элементов. Изменение упорядоченности может приводить к фазовым переходам (плавление, кристаллизация, сверхпроводимость — примеры фазовых переходов).

Аксиомы евклидовой геометрии отражали свойства приборов, используемых при экспериментальном построении и сравнении геометрических фигур, а именно циркуля и линейки без делений [19]. Связь между аксиомами геометрии, свойствами пространственных фигур и свойствами приборов, с помощью которых изучаются эти фигуры, осуществляется через группу симметрии пространства. Свойства геометрических фигур полностью определяются, как показал Ф. Клейн [20], набором инвариантов группы пространственной симметрии. Эта же группа является группой подвижности измеряющих инструментов. В современной физике кроме группы пространственно-временной симметрии используются так называемые группы внутренней симметрии, что связано с использованием в качестве приборов и объектов исследования систем, обладающих внутренними степенями свободы.

Аксиоматика ОТО, как и аксиоматика евклидовой геометрии, отражает свойства приборов и процедур измерения, используемых для своей проверки (это утверждение можно было бы изобразить на рисунке в виде змеи, кусающей себя за хвост). Постулат о существовании метрики $g_{\mu\nu}$ с лоренцевой сигнатурой и принцип эквивалентности говорят о том, что искривленное риманово пространство нужно представлять себе как множество обычных плоских пространств, отнесенных к каждой точке риманова пространства (касательных к нему) и несколько повернутых друг относительно друга. Величина этого поворота определяется коэффициентами связности. Она может меняться во времени и в пространстве. Таким образом, в ОТО мы имеем дело с типичным примером использования локальной симметрии.

Анализируя возможную процедуру измерений в ОТО, Эйнштейн писал, что нужно пользоваться маленькими (по сравнению с характерными размерами гравитационного поля) жесткими масштабами и часами [5]. Группа симметрии, которую можно получить, используя в качестве измерительного инструмента жесткий масштаб — это группа движений евклидова пространства. Следовательно, инвариантами в ОТО должны быть те же величины, что и в механике Ньютона или в релятивистской механике. Но в отличие от специальной теории относительности (релятивистской механики) группа симметрии, дающая эти инварианты, уже не является группой движений всего пространства-времени как целого, но лишь отдельных его участков, где градиенты гравитационного поля малы и выполняется принцип эквивалентности. В таких областях от гравитационного поля можно избавиться выбором системы отсчета. Поэтому возникает сомнение: способен ли подобный язык описать свойства реального гравитационного поля, от которого нельзя избавиться? Оказывается, что способен, потому что та же самая группа преобразований локальных жестких масштабов и часов может рассматриваться как группа голономии искривленного риманова пространства-времени, т. е. как группа преобразований (поворотов) векторов в данной точке после переноса их по различным замкнутым контурам в пространстве-времени. Компоненты тензора кривизны входят в число генераторов алгебры группы голономии. Именно это обстоятельство позволяет интерпретировать результаты измерений прецессий в гравитационном поле как измерение кривизны пространства-времени. Группы голономии в разных точках риманова пространства изоморфны между собой. Поэтому результаты измерений воспроизводимы.

При обычной схеме постановки релятивистских экспериментов, когда ведется наблюдение за поведением пробных тел с помощью обычных классических приборов, мы имеем дело с реперной или калибровочной формулировкой теории тяготения [13, 21]. Репер представляет собой четыре ортогональных друг другу вектора в одной точке пространства-времени, изображающих координатные оси локально лоренцевой системы отсчета (прибор). Если теория тяготения строится как теория калибровочного поля,

ассоциированного с локальной группой Лоренца, преобразующей реперы в каждой точке пространства-времени, основной полевой переменной, описывающей поле тяготения, оказывается связность (—калибровочное поле). Если, кроме того, вводится метрика как калибровочное поле, ассоциированное с общековариантными преобразованиями начал отсчета реперов, получается система уравнений, аналогичная системе уравнений геометродинамики, где вместо электромагнитного вектор-потенциала фигурируют коэффициенты связности Риччи. Все пространства Эйнштейна автоматически являются решениями этой системы уравнений, причем, решениями инстантонного типа (дважды дуальными решениями) [22].

Реперная формулировка ОТО позволяет сформулировать глобальный принцип эквивалентности: множество плоских пространств + коэффициенты связности = риманову пространству. Гравитационное поле отождествляется при этом с коэффициентами связности Риччи. Инерциальные силы не появляются. Вопрос о геометрии пространства-времени сводится к вопросу о поведении гравитационных полей на произвольно больших расстояниях от источника. Топологические свойства пространства-времени определяются топологией гравитационных полей. Так смыкаются геометрия и физика.

8. Итак, аксиомы об инерциальном движении определяют геометрические постулаты физических теорий. Геометрические методы в физике можно классифицировать в соответствии с тремя известными концепциями геометрии. Эрлангенская программа Ф. Клейна (1872 г.) [20] рассматривает геометрию как теорию инвариантов групп симметрии пространства. Она используется в классической и квантовой механике, теории элементарных частиц. Риманов подход к геометрии (1854 г.) [23], при котором пространство в целом строится от точки к точке, шаг за шагом кажется несовместимым с подходом Клейна, так как не предполагает заранее какой-либо симметрии у пространства в целом. Образы римановой геометрии: метрика, связность, кривизна — были блестяще использованы Эйнштейном при построении ОТО. Эта теория стала первой физической теорией, сформулированной на чисто геометрическом языке.

Для построения фундаментальной физической теории произвольных видов взаимодействий необходимо использовать в качестве групп симметрии как конечные группы, дающие возможность классифицировать объекты теории по инвариантам этих групп, так и бесконечные группы типа локальных симметрий. Несмотря на то что такие группы не имеют инвариантов в том смысле, как конечные группы Ли, локальность симметрии, лежащая в основе римановой геометрии, больше соответствует реальным измерительным ситуациям. Поэтому в физике требуется объединение концепций Римана и Клейна.

Точки зрения Римана и Клейна были объединены в 1924—1925 гг. Картаном [24]. Он показал, что риманово пространство можно рассматривать как неголономное пространство, обладающее локально свойствами симметрии однородного пространства Клейна и наделенное коэффициентами связности, позволяющими переходить от одного однородного пространства к другому. Подход Картана получил свое развитие в современной геометрии расслоенных пространств [25], которая была успешно использована при построении единой геометрической теории калибровочных полей [13, 14].

Литература

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. — В кн.: Крылов А. Н. Собр. трудов. М. — Л., 1936, т. VII.
2. Мах Э. Механика. СПб., 1909.
3. Коноплева Н. П. Об эволюции понятия инерции (Ньютон, Мах, Эйнштейн). — В кн.: Эйнштейновский сборник 1975—1976. М., 1978.
4. Визгин В. П. Эйнштейн и проблема построения научной теории. — *Вопр. философии*, 1979, № 10.
5. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М.: ИЛ, 1955.
6. Мизнер К., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. М.: Мир, 1977, т. 1—3.
7. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.
8. Синг Д. Л. Общая теория относительности. М.: ИЛ, 1963.
9. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гостехиздат, 1955.
10. Коноплева Н. П. Гравитационные эксперименты в космосе. — *Успехи физ. наук*, 1977, т. 123, вып. 4.
11. Лобачевский Н. И. О началах геометрии. Воображаемая геометрия. Новые начала

- геометрии с полной теорией параллельных.— В кн.: Об основаниях геометрии. М., 1956.
12. Гаусс К. Ф. Отрывки из писем и черновые наброски, относящиеся к неевклидовой геометрии.— В кн.: Об основаниях геометрии. М., 1956.
 13. Коноплева Н. П., Попов В. Н. Калибровочные поля. М.: Атомиздат, 1972.
 14. Коноплева Н. П. О структуре физических теорий.— В кн.: Теоретико-групповые методы в физике. М.: Наука, 1980, т. 1.
 15. Пуанкаре А. Последние мысли/Пер. с франц. Пб., Научн. книгоизд-во, 1923.
 16. Якоби К. Заметка об интегрировании дифференциальных уравнений динамики.— В кн.: Вариационные принципы механики. М.: Физматгиз, 1959. (См. также комментарий Полака Л. С. к этой статье).
 17. Якоби К. Г. Лекции по динамике. ОНТИ, 1936.
 18. Вейль Г. Классические группы, их инварианты и представления. М.: ИЛ, 1947.
 19. Эйнштейн А. Геометрия и опыт.— Собр. соч. М., 1966, т. 2.
 20. Клейн Ф. Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований («Эрлангенская программа»).— В кн.: Об основаниях геометрии. М., 1956.
 21. Изаницкая О. С. Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновой теории тяготения. Минск, 1979.
 22. Коноплева Н. П. О теории тяготения с высшими производными.— Докл. АН СССР, 1981, т. 257, № 2.
 23. Риман Б. О гипотезах, лежащих в основании геометрии.— В кн.: Об основаниях геометрии. М., 1956.
 24. Картан Э. Теория групп и геометрия.— В кн.: Об основаниях геометрии. М., 1956.