ЭКОНОМИКА 1990
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ Том 26, вып. 1

ТРИ ФУНКЦИИ ЦЕН В ЭКОНОМИКЕ

Дебре Ж.

(США)

В статье рассматривается роль цен в решении вопросов эффективного распределения ресурсов, равенства спроса и предложения, стабильности распределений в условиях образования коалиций участниками процесса обмена. Возможность единого подхода к исследованию всех трех проблем обеспечивается благодаря использованию концепции равновесия, введенной в экономическую теорию Л. Вальрасом.

Функции цен в экономике многообразны. Но особенно велико их значение в достижении: эффективного распределения ресурсов, равенства спроса и предложения, стабильности распределений при формировании коалиций. Единый подход к исследованию этих трех функций обеспечивается использованием концепции равновесия, занимающей центральное место в попытках ученых-обществоведов объяснить доминирующую роль того или иного состояния общественной системы или проанализировать свойства этого состояния. В широком смысле общественная система находится в равновесии, если при заданных внешних условиях ни один из ее участников не заинтересован в изменении своих действий. При этом в понятие внешних условий для каждого участника включаются действия всех других участников.

Теория общего экономического равновесия, предложенная Л. Вальрасом в 1874—1878 гг., позволяет исследовать упомянутые функции цен. В соответствии с концепцией Вальраса, экономика состоит из множества участников, производящих, обменивающих и потребляющих большое количество товаров и использующих при этом ровно столько же цен. Связь между числом переменных и количеством взаимозависимостей неминуемо вела к математизации теории, что особенно отчетливо можно было наблюдать в течение последних 45 лет.

Применение математики в этой теории было вполне естественным, так как каждый товар и его цена имели однозначно определенное количественное выражение. При описании потребления отдельного участника рассматривается перечень всех товаров в хозяйстве. Например, первый товар — неэтилированный бензин (измеряется в галлонах), второй — колумбийский кофе (в фунтах) и т. д. Затем указываются количества первого товара — a^1, второго товара — a^2, причем верхний индекс соответствует его номеру. Таким образом, действие отдельного участника, т. е. потребление, может быть представлено точкой a с координатами $(a^1, a^2, \ldots)$ или вектором a с теми же компонентами в пространстве товаров, размерность которого совпадает с их количеством (рис. 1). Аналогично выпуск производителя описывается перечислением изготавливаемых (положительных) или потребляемых (отрицательных) количеств каждого товара. И потому вновь его поведение, т. е. производство, может быть представлено точкой в пространстве товаров.

Параллельно возникает перечень цен всех товаров, имеющихся в хозяйстве. Для предыдущего примера p^1 — цена галлона неэтилированного бензина, p^2 — фунта колумбийского кофе. Поэтому и цены могут быть представлены точкой p с координатами $(p^1, p^2, \ldots)$ или вектором p с теми же компонентами в пространстве цен той же размерности, что и пространство товаров (рис. 2). Векторные пространства товаров и цен имеют богатую математическую структуру, и в этом основная причина успешного применения математики в теории экономического равновесия.

Хотя в некоторых случаях это связано с использованием развитого математического аппарата, достаточно полное представление о них можно получить и неформальным путем, на основе ряда приемов, которыми мы и воспользуемся. Первый состоит в рассмотрении экономики с двумя, иногда тремя товарами. Такой подход был бы явной карикатурой реального хозяйства с его миллионами товаров, если бы мы не ограничились лишь теми положениями, которые одинаково справедливы как в пространстве размерности миллион, так и в двух- или в трехмерном. Второй прием — обращение к геометрии в двух- или трехмерных пространствах и применение соответствующих иллюстраций. И третий состоит в обсуждении лишь процессов обмена. Это могло бы привести к другому не-

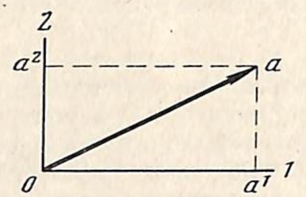

Рис. 1

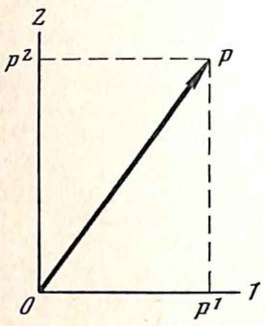

Рис. 2

допустимому искажению экономической реальности, в которой производству принадлежит важнейшая роль, если бы не возможность распространения результатов, полученных для экономик с обменом, на экономики с производством.

Анализ тройственной функции цен, являющийся предметом нашего исследования, иллюстрирует применение моделей в экономической теории. Необычайная сложность экономических систем возрастает из-за частых возмущений, в основном внешнего характера, и изолированное рассмотрение какого-либо экономического явления, его тщательное изучение в условиях контролируемого эксперимента возможно лишь в исключительных случаях. Поэтому экономисты разработали особые методы исследований. Один из них состоит в выделении некоторого аспекта экономической реальности и попытках его анализа, лишь исходя из индивидуального поведения экономических агентов. С этой целью создается полностью определенная математическая модель экономики, с помощью которой пытаются выявить главные особенности исследуемого явления.

I. ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Эффективное использование ресурсов — одна из наиболее общих проблем экономической теории. Рассмотрим ее на простом примере экономики обмена, когда количества первого и второго товаров в первоначальном наборе равны соответственно e^1 и e^2. Этот набор $e=(e^1, e^2)$ (см. рис. 3) необходимо распределить между m участниками процесса обмена так, чтобы, например, первый участник получил для своего потребления набор a_1, второй — a_2, . . . , и последний, m-й,— a_m, где нижние индексы означают номера участников. Указанные m потребительских наборов должны удовлетворять равенству

$$a_1+a_2+\ldots+a_m=e.$$

Любое альтернативное распределение $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$ также должно удовлетворять равенству

$$b_1+b_2+\ldots+b_m=e.$$

Если попытаться сравнить эти два распределения, то можно столкнуться с ситуацией, когда для первого участника набор b_1 предпочтительнее a_1, в то время как для второго участника a_2 предпочтительнее b_2, так что становится неясно, какое из распределений лучше. Возможен, однако, и такой случай, когда каждый участник предпочитает получаемый им потребительский набор при втором распределении соответствующему набору при первом. Если учесть, что различные участники обычно имеют разные предпочтения, то указанную ситуацию можно выразить следующим образом

$$a_1 \prec_1 b_1,\ a_2 \prec_2 b_2,\ \ldots,\ a_m \prec_m b_m.$$

В этом случае, следуя В. Парето, говорят, что второе состояние предпочтительнее первого, или, что распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ не обеспечивает эффективного использования имеющегося набора товаров e. Эк-

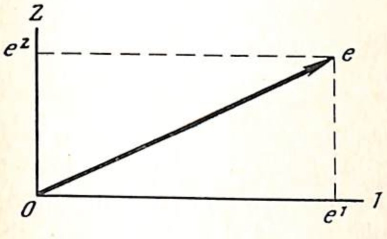

Рис. 3

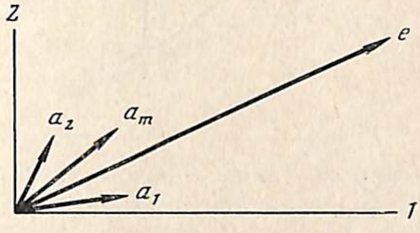

Рис. 4

вивалентное утверждение сводится к тому, что данное распределение является эффективным, если не существует никакого альтернативного распределения, улучшающего положение каждого из участников. Первое решение важной проблемы описания эффективных распределений было дано в начале нынешнего века В. Парето. Его результаты можно сформулировать в виде двух теорем. Предположим сначала, что, решая свою проблему распределения, участники используют цены $p = (p^1, p^2)$. Окончательное распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ таково, что при ценах p каждый из них находится в состоянии равновесия. Это означает, что для участника i, $i = 1, \ldots, m$, потребительский набор a_i является наилучшим — в смысле его предпочтений — из всех наборов, которые он мог бы приобрести при ценах p и расходах, не превышающих те, которые связаны с приобретением a_i. Первая теорема утверждает, что полученное таким путем с помощью цен распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ эффективно. Она примечательна в нескольких отношениях: помогает понять функции цен в экономике; не требует допущений и базируется исключительно на определении двух понятий — эффективного распределения и распределения при ценовом равновесии; ее доказательство крайне просто.

Более глубокое понимание функции цен дает второй результат, обратный первому. Он состоит в том, что если распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ эффективно, то существуют такие цены (p^1, p^2), при которых каждый участник находится в состоянии равновесия. Таким образом, если участники распределяют всю совокупность ресурсов e эффективно, то они явно или неявно используют цены. В свете этих двух результатов цены предстают перед нами не как историческая случайность в обществе определенного типа, а как неотъемлемый инструмент эффективного распределения ресурсов. Во второй теореме есть одно предположение, смысл которого становится достаточно очевидным из рис. 5, 6. Рассмотрим заданное эффективное распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ первоначального набора e. Пусть E — множество наборов, которые могут быть распределены между m участниками так, чтобы положение каждого из них — в смысле его предпочтений — было по крайней мере не хуже, чем при распределении $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$. Ясно, что точка e — элемент множества E. Более того, e не может лежать внутри E, ибо тогда в E нашелся бы набор f такой, что $f^1 < e^1$ и $f^2 < e^2$.

В этом случае было бы возможно удовлетворить предпочтения каждого потребителя по крайней мере так же, как и при распределении $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$, используя при этом меньшее количество каждого товара, чем в наборе e. Значит, распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ не является эф-

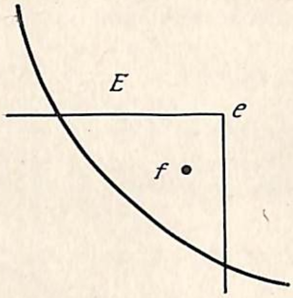

Рис. 5

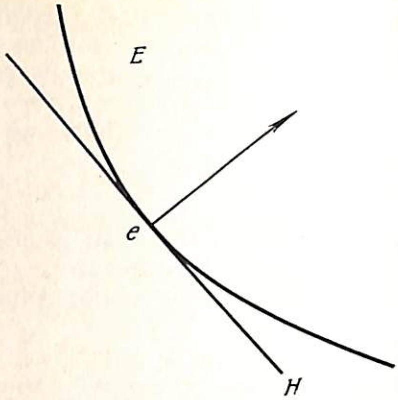

Рис. 6

фективным. Таким образом, точка e принадлежит границе множества E.

Если множество E выпукло, то через e можно провести опорную для E снизу прямую H. Вектор p, ортогональный к этой прямой и направленный в сторону E, является вектором цен, существование которого утверждалось выше.

Как видно из рис. 7, предположение о выпуклости множества E существенно для проведения опорной прямой H. Поэтому необходимо указать на один важный случай, когда это предположение математически оправдано,— экономика, состоящая из большого числа участников, влияние каждого из которых мало. Примером здесь может служить потребительский сектор в народном хозяйстве США, с его 93 млн. домашних хозяйств.

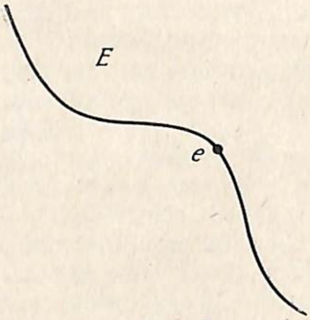

Рис. 7

В исследованиях по эффективным распределениям и другим затрагиваемым ниже проблемам участвовало слишком много ученых, чтобы пытаться перечислить здесь их имена. Поэтому далее мы упомянем лишь немногие из этих достижений [1]. В случае эффективных распределений эти достижения включают исследования К. Эрроу и Ж. Дебре 1951 г. по экономике благосостояния средствами выпуклого анализа и работу Р. Ауманна в 1964 г. по эффекту выпуклости в больших экономиках*.

II. РАВЕНСТВО СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Вторая функция цен состоит в достижении рыночного равновесия по каждому товару. Изучение ее восходит к концу XVIII в. и к А. Смиту, который заметил, что в частнособственнической экономике действия большого количества независимых друг от друга участников, руководствующихся лишь собственными интересами, не приводят к полному хаосу. Понимание механизма, обеспечивающего безличную координацию этих действий,— основная проблема, занимавшая несколько поколений экономистов. Исследуем ее на примере нашего прототипа экономики обмена.

В предыдущем изложении вопрос о собственности на весь набор e товаров в хозяйстве оставался открытым. Предположим теперь, что, прежде чем начать обмен, первый участник владеет набором e_1, второй— $e_2, \ldots$, и последний, m,— набором e_m. Эти индивидуальные наборы должны удовлетворять равенству

$$e_1+e_2+\ldots e_m=e.$$

* Под большой экономикой обычно понимается экономика с большим числом участников, ни один из которых не оказывает значимого влияния на цены (*Ред.*).

Пусть $p=(p^1, p^2)$ — произвольные цены. Если в хозяйстве преобладают цены p, то первый участник предъявит на оба товара определенный спрос, явно зависящий от p. В результате для экономики в целом возникает совокупный спрос на оба товара, зависящий от цен p. Для его удовлетворения экономика располагает совокупным предложением первого e^1 и второго e^2 товаров. Таким образом, совокупный избыточный спрос на первый товар — это функция $F^1(p)$, равная разности совокупного спроса на первый товар и его совокупного предложения e^1. Аналогичным образом рассчитывается функция такого спроса на $F^2(p)$.

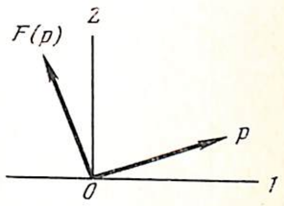

Рис. 8

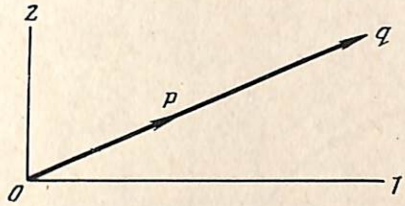

Рис. 9

Итак, при заданных произвольных ценах $p=(p^1, p^2)$ совокупный избыточный спрос будет выражен вектором $F(p)=(F^1(p), F^2(p))$. Состояние равновесия превалирует на любом рынке, если для каждого товара спрос равен предложению или, иными словами, если для каждого товара совокупный избыточный спрос равен нулю, $F^1(p)=0$, $F^2(p)=0$; короче, если обращается в нуль вектор совокупного избыточного спроса, $F(p)=0$. В этой формулировке подчеркивается взаимозависимость рынков всех товаров, поскольку совокупный избыточный спрос на любой товар зависит от цен всех товаров. Если условие равновесия $F(p)=0$ не выполняется, то у участников возникает сильное желание изменить свои действия. В соответствии с известной схемой, в том случае, когда на некоторый товар имеется положительный избыточный спрос, участники с неудовлетворенным спросом предложат за этот товар более высокую цену. Аналогично, избыточное предложение некоторого товара будет способствовать снижению его цены со стороны участников, имеющих в своем распоряжении этого товара больше, чем они могут продать. Такой подход к равновесию заставил экономистов, особенно после работ Л. Вальраса, связать объяснение наблюдаемых в рыночной экономике цен с решением уравнения $F(p)=0$.

И тогда возникает вопрос: имеет ли это уравнение решение? Среди многих способов получения на него позитивного ответа, первый из которых принадлежит А. Вальду (1935—1936 гг.), один особенно привлекателен с геометрической точки зрения, и по этой причине мы отдаем ему здесь предпочтение. Заметим прежде всего, что если $p=(p^1, p^2)$ — любая пара цен и $F(p)=(F^1(p), F^2(p))$ — соответствующий совокупный избыточный спрос, то $p^1F^1(p)+p^2F^2(p)=0$, т. е. стоимость совокупного избыточного спроса равна нулю. В математической записи $pF(p)=0$. Это соотношение без труда выводится из предположения насыщаемости спроса для любого потребителя, так что большее благосостояние всегда предпочтительнее меньшего. Важность и широта использования приведенного соотношения побудили экономистов назвать его законом Вальраса. Этот закон имеет также простую геометрическую интерпретацию: в пространстве товары — цены два вектора — p и $F(p)$ — ортогональны (рис. 8).

Заметим далее, что два коллинеарных вектора цен — p и q — эквивалентны в том смысле, что при измерении в центах вместо долларов все цены увеличиваются в 100 раз, но соотношения между ними не меняются. Это позволяет ограничиться вектором p единичной длины (рис. 9).

Следовательно, точка p принадлежит положительной части S единичной окружности с центром в нуле и радиусом, равным единице. В этом случае вектор совокупного избыточного спроса $F(p)$ может быть представлен в виде касательной к S. В экономике с тремя товарами p принадлежит положительной части S единичной сферы с центром в нуле и радиусом 1, а вектор совокупного избыточного спроса оказывается касательным к S (рис. 10, 11).

Допустим теперь, что совокупный спрос становится большим, когда цены малыми. Как следствие этого вблизи границы множества S вектор совокупного избыточного спроса должен быть направлен внутрь. Если функция $F(p)$ непрерывна по p, то $F(p)$ обращается в 0 в некоторой точке множества S (рис. 12, 13). Последнее утверждение очень привлекательно с интуитивной точки зрения, по крайней мере в двух- и трехмерных пространствах. Его справедливость в пространстве любой размерности — глубокий топологический результат.

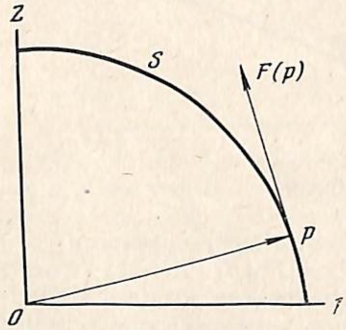

Рис. 10

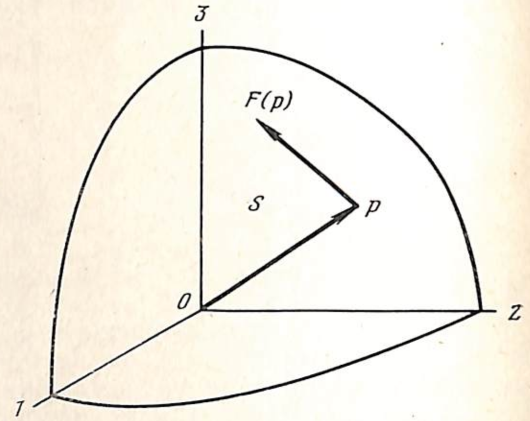

Рис. 11

Таким образом, понимание наиболее известной функции цен — балансирования спроса и предложения в рыночной экономике— основано на «тонких» математических фактах. Далеко не очевидное доказательство существования цен, обеспечивающих одновременное достижение равновесия на каждом рынке, требует привлечения глубокой фундаментальной теоремы, полученной Л. Е. Ж. Брауэром в 1911 г.

В течение последних 50 лет многие экономисты участвовали в поисках логически строгого решения проблемы цен равновесия, и среди них: А. Вальд — в середине 30-х годов, К. Эрроу и Ж. Дебре, Л. Мак-Кензи, Д. Гейл и Х. Никайдо — в начале 50-х годов. Этот поиск дал больше, чем просто удовлетворение интеллектуальных запросов экономистов-теоретиков. Он заставил их уточнить, обобщить и упростить модель Вальраса. И позволил им также более тщательно оценить ее. Поскольку главная цель теории Вальраса — объяснение рыночного равновесия, ее следует рассматривать с точки зрения общности предположений, обеспечивающих существование основного понятия. Очень «жесткие» допущения существенно ограничили бы объясняющие возможности модели. На этом основана как уверенность в слабости гипотез, обеспечивающих существование равновесия, так и еще большая уверенность в том, что эти гипотезы допускают дальнейшее значительное ослабление.

Последние два десятилетия теория общего экономического равновесия развивалась в новом направлении. Оставив в стороне доказательства существования, экономисты, программисты и математики разработали эффективные алгоритмы нахождения состояний равновесия. Эти алгоритмы широко применяются в системе государственных финансов, развивающейся экономике, международной торговле. Их появление было подготовлено предшествующими, чисто теоретическими исследованиями экономического равновесия. В общественных науках, как и в естественных, наиболее абстрактное иногда получает самые конкретные приложения.

Первые две функции цен связаны с проблемами, с которыми сталкивается любая экономическая система. Ресурсы необходимо распределить. Решения должны носить децентрализованный характер. Понимание крайнего случая полностью децентрализованной рыночной экономики позволяет определить оптимальную степень децентрализации в каждой конкретной ситуации. В связи с вопросом о децентрализации возникает серьезная проблема отношения к информации в экономических системах, представляющая собой в настоящее время область активных исследований. Еще один вопрос, на который должна дать ответ любая эко-

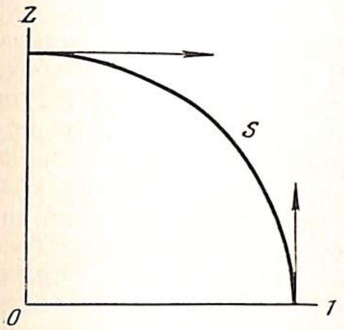

Рис. 12

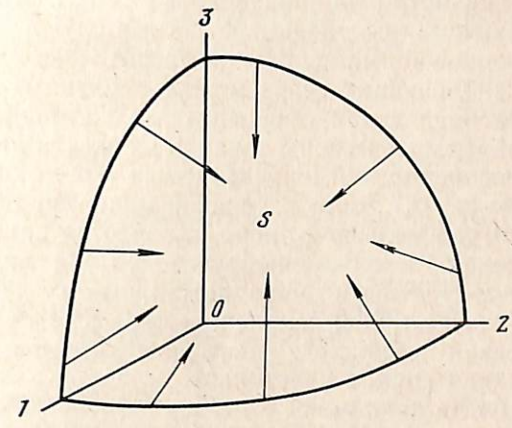

Рис. 13

номическая система,— о стимулах для тех, кто принимает решения. И здесь крайний случай индивидов, руководствующихся исключительно собственными интересами, служит отправной точкой.

III. СТАБИЛЬНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КОАЛИЦИЙ

Третья, более тонкая функция цен связана с такими распределениями ресурсов, реализации которых никакая коалиция участников не может и не желает препятствовать. Вновь мы обращаемся к экономике, в которой весь набор товаров e является личной собственностью m участников. Перед тем как начинается процесс обмена, первый участник владеет набором товаров e_1, второй — e_2, ..., и последний, m-й,— набором e_m. Как и раньше $e_1+e_2+\ldots+e_m=e$.

Какой бы процесс ни использовался для перераспределения общего набора e, его исход может быть описан указанием потребительского набора a_1, предназначенного первому, a_2 — второму, и a_m — последнему участнику. Эти наборы удовлетворяют равенству $a_1+a_2+\ldots+a_m=e$.

Теперь возникает вопрос о том, когда распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$ является стабильным. Рассмотрим произвольную коалицию участников, например первых трех. Эта коалиция полностью контролирует сумму $(e_1+e_2+e_3)$ наборов товаров, принадлежащих ее членам. Она может перераспределять эту сумму как угодно; например, предоставить набор b_1 первому участнику, b_2 — второму и b_3 — третьему при условии, что

$$b_1+b_2+b_3=e_1+e_2+e_3.$$

Допустим, коалиция может осуществить это перераспределение таким образом, что первый участник предпочитает набор b_1 набору a_1, второй — набор b_2 набору a_2 и третий — b_3 набору a_3, т. е. $a_1 \prec_1 b_1$, $a_2 \prec_2 b_2$, $a_3 \prec_3 b_3$.

В таком случае коалиция имеет возможность и желание предотвратить предложенное распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$, т. е. использовать контролируемые ею ресурсы так, чтобы улучшить положение каждого своего члена по сравнению с тем, что им дает распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$. В данной ситуации говорят, что коалиция $\{1, 2, 3\}$ блокирует распределение $(a_1, a_2, \ldots, a_m)$.

С этой точки зрения распределение считается стабильным только тогда, когда не существует блокирующей его коалиции, или, короче, когда оно неблокируемо. Анализ неблокируемых распределений в экономической теории ведет свое начало от Ф. Эджворта (1881 г.). Основное свойство стабильности, на которое опирается определение неблокируемых распределений, сыграло значительную роль в развитии теории игр в 40—50-х годах. Связь между идеями Эджворта и положениями теории игр была установлена М. Шубиком в 1959 г., а первое обобщение работы Эджворта было получено в 1962 г. Г. Скарфом. В обширном цикле последующих исследований, как и в случае эффективных распределений, основное внимание было сосредоточено на двух главных результатах, устанавливающих связь между понятиями неблокируемых распределений и распределений, определяемых с помощью цен. В данном контексте, когда начальные наборы товаров являются личной собственностью участников, распределений, определяемых с помощью цен. В этом контексте, когда $p=(p^1, p^2)$, если с точки зрения предпочтений участника i, $i=1, \ldots, m$, потребительский набор a_i является наилучшим из всех тех, которые при ценах p мог бы приобрести этот участник, не затрачивая средств больше, чем стоимость принадлежащего ему начального набора e_i. Первый результат таков: полученное таким путем распределение неблокируемо никакой коалицией. Такое распределение стабильно в том смысле, что никакая группа участников, имеющих общие интересы, не может сформировать коалицию, способную предотвратить это распределение. Данное утверждение очень напоминает первый результат, связанный с описанием эффективных распределений. И действительно, эффективное распределение — это, если использовать новые понятия, такое, которое не блокируется главной коалицией, объединяющей всех участников. Но специфика рассматриваемой ситуации состоит в том, что общий набор товаров, которым располагает экономика, является теперь личной собственностью отдельных участников и распределение не должно блокироваться никакой коалицией. Как и раньше, доказательство нового результата не использует предположений и основывается только на определении двух понятий, между которыми устанавливается связь. И оно крайне просто.

Обратный результат формулировался разными способами. Все они говорят о том, что в экономике с большим количеством участников, влияние каждого из которых почти ничтожно, неблокируемое распределение общего набора товаров оказывается сходным с распределением, полученным, исходя из цен. Доводя эту идею до естественного предельного случая, Р. Ауманн рассмотрел в 1964 г. экономику с континуумом участников, влияние каждого из которых пренебрежимо мало. В такой экономике любое неблокируемое распределение может быть определено на основе цен. Таким образом, если в этой ситуации участники выбирают распределение, не блокируемое никакой коалицией, то они явно или неявно используют цены. Как и во втором результате при исследовании эффективных распределений, цены приобретают здесь присущий им характер. Но аналитическая глубина настоящего результата гораздо больше.

Раньше цены рассматривались как достаточное, а в случае большой экономики и необходимое средство достижения эффективных распределений. Теперь они считаются достаточным, а для экономики, состоящей из участников, влияние каждого из которых пренебрежимо мало, и необходимым средством достижения стабильных распределений. Альтернативная интерпретация этих результатов связана с широко распространенным убеждением, что конкуренция на рынках возрастает вместе с увеличением количества участников и уменьшением относительной значимости каждого из них. При анализе неблокируемых распределений определяются условия, в которых это точно сформулированное убеждение находит свое строгое подтверждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Debreu G.* Economic Theory in the Mathematical Mode//Amer. Econ. Rev. 1984. № 6.

Поступила в редакцию
21 VI 1989